v1.6 - Torsionspendel

Versuch durchgeführt am 02.04.2013 von dn und as, Version vom 14.04.2013

Contents

Durchführung

In diesem Versuch wird das Trägheitsmoment J von einfach geometrisch geformten Körpern (Vollkugel, Zylinder, Scheibe, etc.) mit Hilfe eines Torsionspendels bestimmt.

Im ersten Teil des Versuches wird das Direktionsmoment D_m der Spiralfeder sowie das Trägheitsmoment J_0 der Achse, auf die die Körper gesteckt werden, bestimmt.

Im zweiten Teil werden Trägheitsmomente von verschiedenen starren Körper über die Messung der Periodendauer T ermittelt und anschliessend mit den theoretisch berechneten Trägheitsmomenten verglichen.

```
% Initialisierungsoptionen für MATLAB
clear all;                      % Löschen alter Variablen
close all;                      % Schliessen der Fenster
clc;                            % Löschen der Ausgaben im Kommandofenster
```

Berechnung der Trägheitsmomente anhand geometrischer Abmessungen

Als starre Körper haben wir eine Kugel, zwei Scheiben (aus Holz und Metall), einen Hohlzylinder (metallisch), einen Vollzylinder und einen Teller (der im Groben aus einem Vollzylinder, einer Scheibe und einem Hohlzylinder zusammengesetzt ist) zur Auswahl. Die Trägheitsmomente dieser Körper können relativ einfach berechnet werden. Benötigt werden lediglich die geometrischen Abmessungen (Länge, Breite, Höhe, Durchmesser usw.) und ihre Gesamtmasse. Die Trägheitsmomente (siehe Formelsammlung, z.B. [Kuchling]) sind:

- Kugel (massiv): $J_K = \frac{2}{5} m \cdot r^2$
- Scheibe: $J_S = \frac{1}{2} m \cdot r^2$
- Hohlzylinder: $J_H = m \cdot \frac{r_i^2 + r_a^2}{2}$
- Vollzylinder: $J_V = \frac{1}{2} m \cdot r^2$
- Teller: $J_T = J_S + J_H + J_V$

Vorsicht: Es werden nur SI-Einheiten (kg und m) bei der Berechnung von Trägheitsmomenten verwendet.

```
% Kugel
r_K = 0.0719;                  % Radius r der Kugel in Meter
m_K = 0.94906;                 % Masse m in kg
J_K = 2/5 * m_K * r_K^2;       % Trägheitsmoment J der Kugel

% Scheibe (Metall)
r_MS = 0.2;                    % Radius
m_MS = 0.6996;                 % Masse
J_MS = 1/2 * m_MS * r_MS^2;    % Trägheitsmoment der Scheibe aus Metall

% Hohlzylinder (Metall)
ri_MH = 4.28e-2;               % Innenradius ri
ra_MH = 4.48e-2;               % Aussenradius ra
m_MH = 0.35406;                % Masse
J_MH = m_MH * (ri_MH^2 + ra_MH^2)/2;

% Scheibe (Holz)
r_HS = 0.1125;   m_HS = 0.35641;            % Radius und Masse
```

```
J_HS = 1/2 * m_HS * r_HS^2;

% Vollzylinder (Holz)
r_VZ = 4.485e-2;                           % Radius
m_VZ = 0.34376;                            % Masse
J_VZ = 1/2 * m_VZ * r_VZ^2;

% Teller (zur Befestigung von Gegenständen am Drehtisch)
JV = 1/2 * 0.0257 * (6.2e-3)^2;            % Masse: 25.7g, Radius: 6.2mm
JS = 1/2 * 0.2898 * (49.8e-3)^2;           % Masse: 28.98g, Radius: 49.8mm
JH = 0.0766 * ((45.1e-3)^2 + (49.8e-3)^2)/2;  % Masse: 7.66g, Ri: 45.1mm
J_T = JV + JS + JH;

% Ergebnisse (ungerundet)
disp('--- Berechnete Trägheitsmomente ---');
fprintf('Trägheitsmoment der Kugel: J_K = %g kg*m^2 \n',J_K);
fprintf('Trägheitsmoment der Scheibe (Metall): J_MS = %g kg*m^2 \n',J_MS);
fprintf('Trägheitsmoment der Scheibe (Holz): J_HS = %g kg*m^2 \n',J_HS);
fprintf('Trägheitsmoment des Tellers: J_T = %g kg*m^2 \n',J_T);
fprintf('Trägheitsmoment des Hohlzyliders (Metall): J_MH = %g kg*m^2 \n',J_MH);
fprintf('Trägheitsmoment des Vollzylinders (Holz): J_VZ = %g kg*m^2 \n\n',J_VZ);
```

```
--- Berechnete Trägheitsmomente ---
Trägheitsmoment der Kugel: J_K = 0.00196251 kg*m^2
Trägheitsmoment der Scheibe (Metall): J_MS = 0.013992 kg*m^2
Trägheitsmoment der Scheibe (Holz): J_HS = 0.00225541 kg*m^2
Trägheitsmoment des Tellers: J_T = 0.00053274 kg*m^2
Trägheitsmoment des Hohlzyliders (Metall): J_MH = 0.000679597 kg*m^2
Trägheitsmoment des Vollzylinders (Holz): J_VZ = 0.00034574 kg*m^2
```

Teil 1: Bestimmung des Direktionsmomentes D_m und des Trägheitsmomentes J_0

Dreht man die Achse, die an einer Feder befestigt ist, um einen Winkel φ, so wirkt ein rückstellendes Moment M. Das Rückstellmoment ist proportional zur Auslenkung, d.h. es ist $M \propto \varphi$. Die Proportionalitätskonstante D_m der Gleichung $M = D_m \cdot \varphi$ nennt man Direktionsmoment. Dieses lässt sich in unserem Falle anhand der folgenden Gleichung ermitteln (ohne Herleitung):

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J + J_0}{D_m}} \tag{1}$$

Die benötigten Trägheitsmomente J für einen dünnen Stab mit der Masse m und der Länge l bezüglich einer Rotationsachse sind:

- Dünner Stab (rotiert um sein Ende): $J_E = \frac{1}{3} m \cdot l^2$
- Dünner Stab (rotiert um die Mitte): $J_M = \frac{1}{12} m \cdot l^2$

Zunächst wird ein dünner Metallstab mittig am Drehgestell befestigt und nach einer kleinen Auslenkung die Dauer von 10 Perioden T_M gemessen. Anschliessend wird der Stab an seinem Ende befestigt und erneut die Dauer von 10 Perioden T_E gemessen. Aus der obigen Gleichung lässt sich das Direktionsmoment berechnen. Nach der Umformung von T^2 nach J_0 erhält man:

$$J_0 = \frac{D_m \cdot T^2}{4\pi^2} - J$$

Man setzt nun T_M und T_E für T bzw. J_M und J_E für J ein:

$$\frac{T_E^2}{4\pi^2} \cdot D_m - J_E = \frac{T_E^2}{4\pi^2} \cdot D_m - J_M \tag{2}$$

$$D_m = \frac{4\pi^2 \cdot (J_E - J_M)}{T_E^2 - T_M^2} \tag{3}$$

Des Weiteren lässt sich auch das Trägheitsmoment der Achse J_0 aus den gemessenen Periodendauern berechnen. Hierzu muss man einige Umformungen vornehmen, so ist Gl. (1) nach dem Direktionsmoment umgeformt

$$D_m = \frac{4\pi^2 \cdot (J + J_0)}{T^2}$$

Für T und J werden die entsprechenden Ausdrücke eingesetzt und man erhält:

$$\frac{4\pi^2 \cdot (J_E + J_0)}{T_E^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (J_M + J_0)}{T_M^2} \tag{4}$$

$$\frac{J_E + J_0}{T_E^2} = \frac{J_M + J_0}{T_M^2} \tag{5}$$

Nun muss die obige Gleichung nach J_0 umgestellt werden. Man erhält nach einigen Umformungen

$$J_0 = \frac{T_M^2 \cdot J_E - T_E^2 \cdot J_M}{T_E^2 - T_M^2}$$

Nun können die Grössen D_m und J_0 ermittelt werden.

```
l = 0.61;       dl = 1e-3;      % Länge des Stabes in m, Messunsicherheit
m = 0.1309;     dm = 1e-4;      % Masse des Stabes in kg, Messunsicherheit

J_E = 1/3 * m*l^2;              % Trägheitsmoment Stab (am Ende befestigt)
```

```
dJ_E = abs(1/3*l^2)*dm + abs(2/3*m*l)*dl;

J_M = 1/12 * m*l^2;             % Trägheitsmoment Stab (mittig befestigt)
dJ_M = abs(1/12 * l^2)*dm + (1/6*m*l)*dl;

% Messwerte zu den Periodendauern T_mess, jeweils 10*T gemessen
T_Mmess = [23.0 23.2 23.4 23.2 23.0];  % Messwerte von 10*T
T_Mmess = T_Mmess/10;                  % Umrechnung auf eine Periode in sec
T_M = mean(T_Mmess);                   % Mittelwert von T_Mmess

dT_reakt = 0.3/10;                     % Persl. Reaktionszeit
t95 = 2.78;
dT_Mstat = t95 * std(T_Mmess)/sqrt(length(T_Mmess));  % Stdabw. des MW's
dT_M = dT_reakt + dT_Mstat;

T_Emess = [42.5 42.5 41.9 42.2 42.7];  % Messwerte von 10*T
T_Emess = T_Emess/10;                  % Umrechnung auf eine Periode
T_E = mean(T_Emess);                   % Mittelwert von T_Emess

dT_Estat = t95 * std(T_Emess)/sqrt(length(T_Emess)); % Stdabw (MW)
dT_E = dT_reakt + dT_Estat;

% Berechnung von D_m1 und J_0 aus Messungen der Schwingungsdauer
D_m1 = 4*pi^2*(J_E - J_M)/(T_E^2 - T_M^2);
J_0 = (T_M^2*J_E - T_E^2*J_M)/(T_E^2 - T_M^2);
```

Fehlerrechnung zum Abschnitt

Es fehlen noch die Angaben der Messunsicherheiten für D_m und J_0. Für das Direktionsmoment gilt die folgende Gleichung:

$$D_m = \frac{4\pi^2 \cdot (J_E - J_M)}{T_E^2 - T_M^2}$$

Die partiellen Ableitungen dieser Gleichung sind

$$\frac{\partial D_m}{\partial J_E} = \frac{4\,\pi^2}{{T_E}^2 - {T_M}^2} \tag{6}$$

$$\frac{\partial D_m}{\partial J_M} = -\frac{4\,\pi^2}{{T_E}^2 - {T_M}^2} \tag{7}$$

$$\frac{\partial D_m}{\partial T_E} = -\frac{8\,\pi^2\,T_E\,(J_E - J_M)}{\left({T_E}^2 - {T_M}^2\right)^2} \tag{8}$$

$$\frac{\partial D_m}{\partial T_M} = \frac{8\,\pi^2\,T_M\,(J_E - J_M)}{\left({T_E}^2 - {T_M}^2\right)^2} \tag{9}$$

Die Gesamtunsicherheit (Grösstfehler) ist somit

$$\Delta D_m = \left|\frac{\partial D_m}{\partial J_E}\right| \cdot \Delta J_E + \ldots + \left|\frac{\partial D_m}{\partial T_M}\right| \cdot \Delta T_M$$

Bei den Faktoren ΔJ_E, ΔJ_M etc. handelt es sich um die Messunsicherheiten von den jeweiligen Grössen.

```
dD_m1 = abs((4*pi^2)/(T_E^2 - T_M^2)) * dJ_E + ...
    abs(-(4*pi^2)/(T_E^2 - T_M^2)) * dJ_M + ...
    abs(-(8*pi^2*T_E*(J_E - J_M))/(T_E^2 - T_M^2)^2) * dT_E + ...
    abs((8*pi^2*T_M*(J_E - J_M))/(T_E^2 - T_M^2)^2) * dT_M;
```

Analog erfolgt die Ermittlung der Messunsicherheit zu J_0. Dieser wird nach folgender Gleichung berechnet:

$$J_0 = \frac{T_M^2 \cdot J_E - T_E^2 \cdot J_M}{T_E^2 - T_M^2}$$

Die partiellen Ableitungen der gegebenen Gleichung sind

$$\frac{\partial J_0}{\partial T_M} = \frac{2\,T_M\,\left(J_E\,{T_M}^2 - J_M\,{T_E}^2\right)}{\left({T_E}^2 - {T_M}^2\right)^2} + \frac{2\,J_E\,T_M}{{T_E}^2 - {T_M}^2} \tag{10}$$

$$\frac{\partial J_0}{\partial J_M} = -\frac{{T_E}^2}{{T_E}^2 - {T_M}^2} \tag{11}$$

$$\frac{\partial J_0}{\partial T_E} = -\frac{2\,T_E\,\left(J_E\,{T_M}^2 - J_M\,{T_E}^2\right)}{\left({T_E}^2 - {T_M}^2\right)^2} - \frac{2\,J_M\,T_E}{{T_E}^2 - {T_M}^2} \tag{12}$$

$$\frac{\partial J_0}{\partial J_E} = \frac{{T_M}^2}{{T_E}^2 - {T_M}^2} \tag{13}$$

Die Gesamtunsicherheit ist

$$\Delta D_m = \left|\frac{\partial J_0}{\partial T_M}\right| \cdot \Delta T_M + \ldots + \left|\frac{\partial J_0}{\partial J_E}\right| \cdot \Delta J_E$$

```
dJ_0 = abs(((2*T_M*(- J_M*T_E^2 + J_E*T_M^2))/(T_E^2 - T_M^2)^2 + ...
    (2*J_E*T_M)/(T_E^2 - T_M^2))) * dT_M + ...
    abs(-T_E^2/(T_E^2 - T_M^2)) * dJ_M + ...
    abs(- (2*T_E*(- J_M*T_E^2 + J_E*T_M^2))/(T_E^2 - T_M^2)^2 - ...
    (2*J_M*T_E)/(T_E^2 - T_M^2)) * dT_E + ...
    abs(T_M^2/(T_E^2 - T_M^2)) * dJ_E;

% Ergebnisse
fprintf('Trägheitsmoment Stab (Rot. um Ende): J_E = (%g +/- %g) N*m \n',J_E,dJ_E);
fprintf('Trägheitsmoment Stab (Rot. um Mitte): J_M = (%g +/- %g) N*m \n',J_M,dJ_M);
fprintf('Direktionsmoment D_m1 = (%g +/- %g) N*m \n',D_m1,dD_m1);
fprintf('Trägheitsmoment J_0 = (%g +/- %g) kg*m^2 \n\n',J_0,dJ_0);
```

```
Trägheitsmoment Stab (Rot. um Ende): J_E = (0.016236 +/- 6.5636e-05) N*m
Trägheitsmoment Stab (Rot. um Mitte): J_M = (0.00405899 +/- 1.6409e-05) N*m
Direktionsmoment D_m1 = (0.0382141 +/- 0.00274602) N*m
Trägheitsmoment J_0 = (0.00113309 +/- 0.000617292) kg*m^2
```

Bestimmung des Direktionsmoments D_m aus dem Drehmoment M

Das Drehmoment M ist in der Mechanik als das Vektorprodukt eines Hebelarmes r und einer Kraft F definiert, also $M = r \times F$. Das Vektorprodukt lässt sich auch als Skalarprodukt schreiben, nämlich als

$$M = r \cdot F \cdot \sin\varphi$$

Für einen Winkel von $\pi/2$ wird der Sinusterm gleich 1. Es ist ausserdem bekannt, dass $M = D_m \cdot \varphi$ ist, also erhält man

$$F = D_m \cdot \varphi \cdot \frac{1}{r}$$

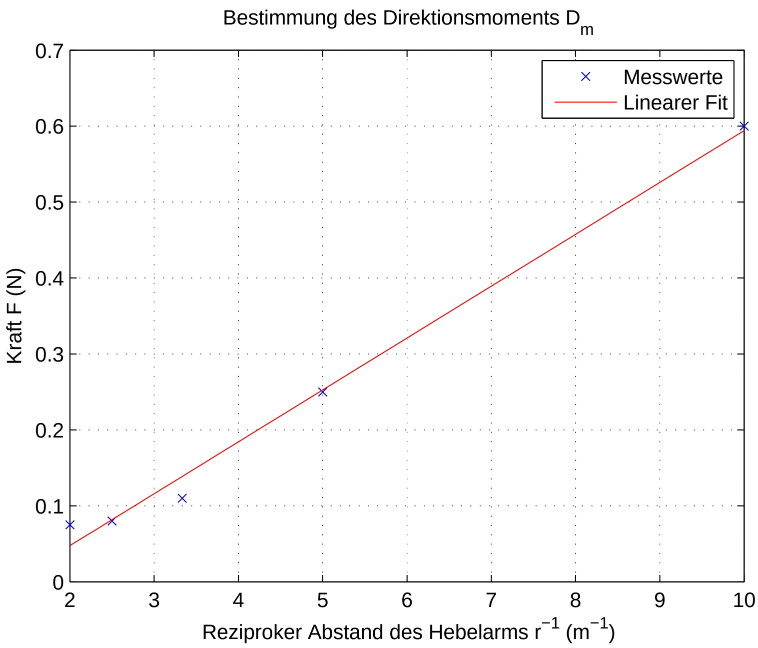
Trägt man die Kraft F gegen den reziproken Wert des Hebelarms $1/r$ in einem Diagramm auf, so ergibt sich ein linearer Zusammenhang. Durch lineare Regression lässt sich D_m aus der Steigung der Geraden bestimmen. Wenn die Geradengleichung die Form $y = A \cdot x + B$ hat, dann ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\underbrace{F}_{y} = \underbrace{D_m \cdot \varphi}_{A} \cdot \underbrace{\frac{1}{r}}_{x}$$

```
r = 0.1:0.1:0.5;                 % Abstände r vom Drehpunkt in m
r = 1./r;                        % Umrechnung von r in 1/r
F = [0.6 0.25 0.11 0.08 0.075]; % Gemessene Kraft in N
[A dA B dB] = niehuus(r,F);     % Lineare Regression von r und F

t95 = 2.78;                      % Faktor für stat. Sicherheit von 95%
dA = t95 * dA;
dB = t95 * dB;

x = 0.1:0.01:0.5; x = 1./x;     % Generieren der x-Werte für die Fitgerade
y = A.*x + B;                    % Geradengleichung

% Plotten der Daten und der Fitgeraden (siehe Grafik)
plot(r,F,'bx',x,y,'r-'); grid on;
xlabel('Reziproker Abstand des Hebelarms r^{-1} (m^{-1})');
ylabel('Kraft F (N)');
title('Bestimmung des Direktionsmoments D_m');
```

```
legend('Messwerte','Linearer Fit');

% Berechnung von D_m2 aus der Messung des Drehmoments
D_m2 = 2* A/pi;
dD_m2 = 2* dA/pi;                % Unsicherheit in D_m2

% Ergebnisse
fprintf('Gl. der Fit-Geraden: F = (%g +/- %g)N*m * 1/r + (%g +/- %g)N \n',A,dA,B,dB);
fprintf('Direktionsmoment D_m2 = (%g +/- %g) N*m \n\n',D_m2,dD_m2);
```

```
Gl. der Fit-Geraden: F = (0.0683039 +/- 0.00995092)N*m * 1/r + (-0.0889209 +/- 0.0538383)N
Direktionsmoment D_m2 = (0.0434836 +/- 0.00633495) N*m
```



Teil 2: Bestimmung der Trägheitsmomente J verschiedener Körper

In diesem Teilversuch werden verschiedene Körper (Kugel, Zylinder, ...) auf das Drehgestell aufgesetzt und die Zeit von 10 Schwingungsperioden mehrmals gemessen. Aus Gleichung (1) lässt sich das Trägheitsmoment gemäss

$$J = \frac{T^2 \cdot D_m}{4\pi^2} - J_0$$

berechnen. Für die weitere Auswertung wird das Direktionsmoment D_{m1} aus Teil 1 mit der kleineren Messunsicherheit verwendet.

```
D_m = D_m1;                    % Direktionsmoment mit dem kleineren Fehler
dD_m = dD_m1;                  % Messunsicherheit von D_m
t95 = 2.78;
dT_reakt = 0.3/10;             % Persönliche Reaktionszeit für 10*T

% Kugel (Holz, massiv)
T1_mess = [15.9 15.9 15.9 15.7 16.1];
T1_mess = T1_mess/10;                       % Umrechnung auf eine Periode
T1 = mean(T1_mess);                         % Mittelwert
dT1_stat = t95*std(T1_mess)/sqrt(length(T1_mess));   % Standardabweichung
dT1 = dT_reakt + dT1_stat;
J1 = (T1^2 * D_m)/(4*pi^2) - J_0;           % Trägheitsmoment J1 der Kugel

% Scheibe (Metall)
T2_mess = [42.3 42.6 42.6 42.8 42.7];
T2_mess = T2_mess/10;
T2 = mean(T2_mess);
dT2_stat = t95*std(T2_mess)/sqrt(length(T2_mess));
dT2 = dT_reakt + dT2_stat;
J2 = (T2^2 * D_m)/(4*pi^2) - J_0;          % Trägheitsmoment J2 der Scheibe

% Scheibe (Holz)
T3_mess = [17.2 17.1 17.05 17.25 17.25];
T3_mess = T3_mess/10;
T3 = mean(T3_mess);
dT3_stat = t95*std(T3_mess)/sqrt(length(T3_mess));
dT3 = dT_reakt + dT3_stat;
J3 = (T3^2 * D_m)/(4*pi^2) - J_0;          % Trägheitsmoment J3 der Scheibe

% Teller/Halterung
T4_mess = [8.5 8.5 8.6 8.5 8.7 8.7];
T4_mess = T4_mess/10;
T4 = mean(T4_mess);
dT4_stat = t95*std(T4_mess)/sqrt(length(T4_mess));
dT4 = dT_reakt + dT4_stat;
J4 = (T4^2 * D_m)/(4*pi^2);                % Trägheitsmoment J4 des Tellers

% Hohlzylinder (Metall)
T5_mess = [12.95 12.7 12.6 12.8 12.8];
T5_mess = T5_mess/10;
T5 = mean(T5_mess);
dT5_stat = t95*std(T5_mess)/sqrt(length(T5_mess));
dT5 = dT_reakt + dT5_stat;
J5 = (T5^2 * D_m)/(4*pi^2) - J4;           % Hier wird das Trägheitsmoment
                                           % des Tellers abgezogen!

% Vollzylinder (Holz)
T6_mess = [10.85 10.9 10.8 10.8 10.7];
T6_mess = T6_mess/10;
T6 = mean(T6_mess);
```

```
dT6_stat = t95*std(T6_mess)/sqrt(length(T6_mess));
dT6 = dT_reakt + dT6_stat;
J6 = (T6^2 * D_m)/(4*pi^2) - J4;          % Hier ebenfalls J4 abziehen
```

Fehlerrechnung zum Abschnitt

Die partiellen Ableitungen von $J = \frac{T^2 \cdot D_m}{4\pi^2} - J_0$ sind:

$$\frac{\partial J}{\partial T} = \frac{D_m\, T}{2\,\pi^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial J}{\partial D_m} = \frac{T^2}{4\,\pi^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial J}{\partial J_0} = -1 \quad (16)$$

Der Gesamtfehler ist dann

$$\Delta J = \left|\frac{\partial J}{\partial T}\right| \cdot \Delta T + \left|\frac{\partial J}{\partial D_m}\right| \cdot \Delta D_m + \left|\frac{\partial J}{\partial J_0}\right| \cdot \Delta J_0$$

```
dJ1 = abs((D_m*T1)/(2*pi^2))*dT1 + abs(T1^2/(4*pi^2))*dD_m + dJ_0;
dJ2 = abs((D_m*T2)/(2*pi^2))*dT2 + abs(T2^2/(4*pi^2))*dD_m + dJ_0;
dJ3 = abs((D_m*T3)/(2*pi^2))*dT3 + abs(T3^2/(4*pi^2))*dD_m + dJ_0;
dJ4 = abs((D_m*T4)/(2*pi^2))*dT4 + abs(T4^2/(4*pi^2))*dD_m;
dJ5 = abs((D_m*T5)/(2*pi^2))*dT5 + abs(T5^2/(4*pi^2))*dD_m + dJ4;
dJ6 = abs((D_m*T6)/(2*pi^2))*dT6 + abs(T6^2/(4*pi^2))*dD_m + dJ4;

% Ergebnisse
disp('--- Trägheitsmomente aus der Periodendauermessung ---');
fprintf('Trägheitsmoment der Kugel: J1 = (%g +/- %g) kg*m^2 \n',J1,dJ1);
fprintf('Trägheitsmoment der Scheibe (Metall): J2 = (%g +/- %g) kg*m^2 \n',J2,dJ2);
fprintf('Trägheitsmoment der Scheibe (Holz): J3 = (%g +/- %g) kg*m^2 \n',J3,dJ3);
fprintf('Trägheitsmoment des Tellers: J4 = (%g +/- %g) kg*m^2 \n',J4,dJ4);
fprintf('Trägheitsmoment des Hohlzylinders (Metall): J5 = (%g +/- %g) kg*m^2 \n',J5,dJ5);
fprintf('Trägheitsmoment des Vollzylinders: J6 = (%g +/- %g) kg*m^2 \n\n',J6,dJ6);

% Vergleich der Messungen mit den berechneten Trägheitsmomenten
disp('--- Relative Abweichungen der Messergebnisse zu berechneten Werten (in %) ---');
fprintf('Kugel: %g %% \n',(J1/J_K - 1) * 100);
fprintf('Scheibe: %g %% \n',(J2/J_MS - 1) * 100);
fprintf('Scheibe: %g %% \n',(J3/J_HS - 1) * 100);
fprintf('Teller: %g %% \n',(J4/J_T - 1) * 100);
fprintf('Hohlzylinder: %g %% \n',(J5/J_MH - 1) * 100);
fprintf('Vollzylinder: %g %% \n',(J6/J_VZ - 1) * 100);
```

```
--- Trägheitsmomente aus der Periodendauermessung ---
Trägheitsmoment der Kugel: J1 = (0.00131405 +/- 0.000939606) kg*m^2
Trägheitsmoment der Scheibe (Metall): J2 = (0.0164333 +/- 0.00231883) kg*m^2
Trägheitsmoment der Scheibe (Holz): J3 = (0.00172059 +/- 0.000959611) kg*m^2
Trägheitsmoment des Tellers: J4 = (0.000713142 +/- 0.000119638) kg*m^2
Trägheitsmoment des Hohlzylinders (Metall): J5 = (0.000865363 +/- 0.000347309) kg*m^2
Trägheitsmoment des Vollzylinders: J6 = (0.000417996 +/- 0.000282999) kg*m^2

--- Relative Abweichungen der Messergebnisse zu berechneten Werten (in %) ---
Kugel: -33.0423 %
Scheibe: 17.4481 %
Scheibe: -23.7127 %
Teller: 33.8631 %
Hohlzylinder: 27.3347 %
Vollzylinder: 20.8987 %
```

Fazit

Vergleicht man die Messwerte mit den berechneten Trägheitsmomenten, so hat man relative Abweichungen im Bereich von 20% bis 30%. Die Ursachen hierfür können verschiedener Natur sein.

Z.B. wurde die Dämpfung der Schwingungen komplett vernachlässigt, obwohl die Amplituden merklich nach jeder Schwingung abnehmen. Bei der Bestimmung des Direktionsmoments gibt es ebenfalls Diskrepanzen - da haben wir vermutlich zu wenige Messwerte aufgenommen. Eine Fehlerquelle könnte der Kraftmesser sein, der bei kleinen Kräften aufgrund der Reibung der Innenskala mit der Hülle (wenn man den Kraftmesser horizontal hält) einen zu geringen oder zu hohen Wert für die Kraft anzeigt.

Dennoch liegen die theoretisch berechneten Werte innerhalb der Messunsicherheiten.

Copyright