



THM

TECHNISCHE HOCHSCHULE MITTELHESSEN

**CAMPUS
FRIEDBERG**

MND

Mathematik, Naturwissenschaften
und Datenverarbeitung

Frequenzmischung

Vortrag von
Denis Nordmann
am 20.06.2011

Physikalische Technik, 6. Semester

Dozent: Prof. Dr. Behler

Kurzwiederholung

Lineare Polarisation

- Elektromagnetisches Feld einer Lichtwelle übt Kräfte auf die Valenzelektronen aus
- Kräfte, die dabei auftreten sind relativ klein
- Elektrische Polarisation \mathbf{P} ist parallel und proportional zum angelegten Feld \mathbf{E}
- $\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}$

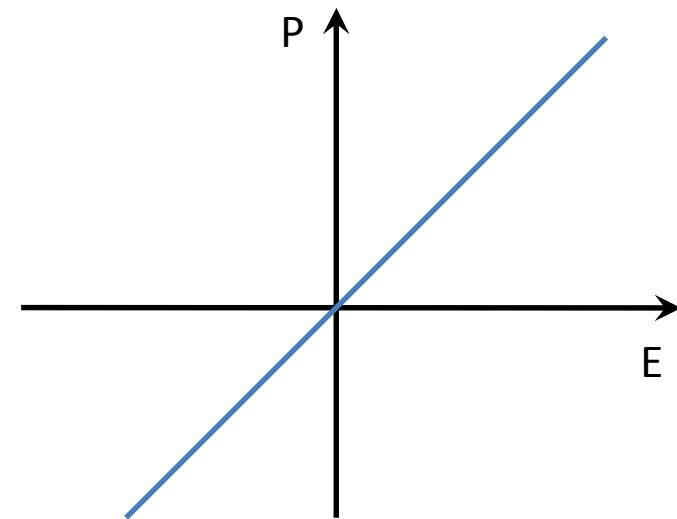
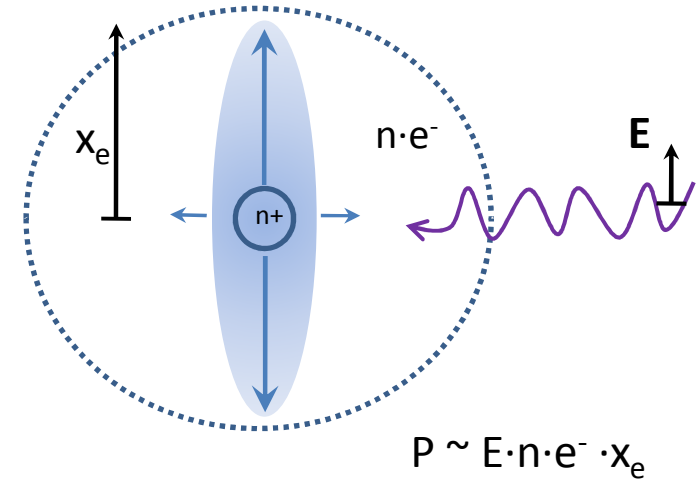
\mathbf{P} = el. Polarisation [A·s/m²]

ϵ_0 = Dielektrizitätskonstante des Vakuums [A·s/V·m]

χ = el. Suszeptibilität

\mathbf{E} = Elektrisches Feld [V/m]

x_e = Auslenkung [m]



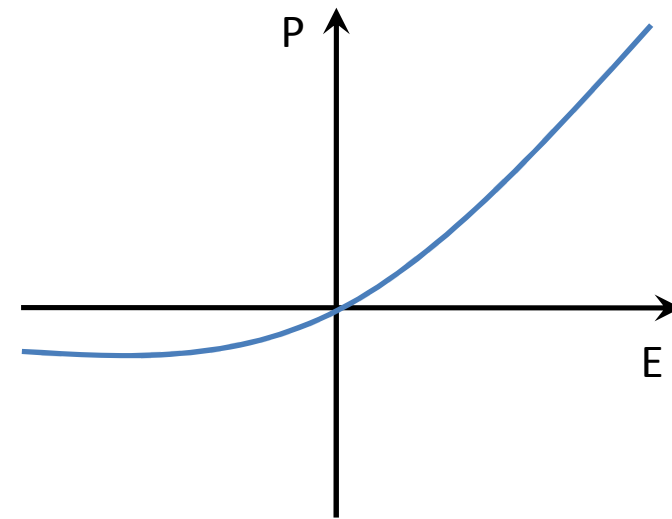
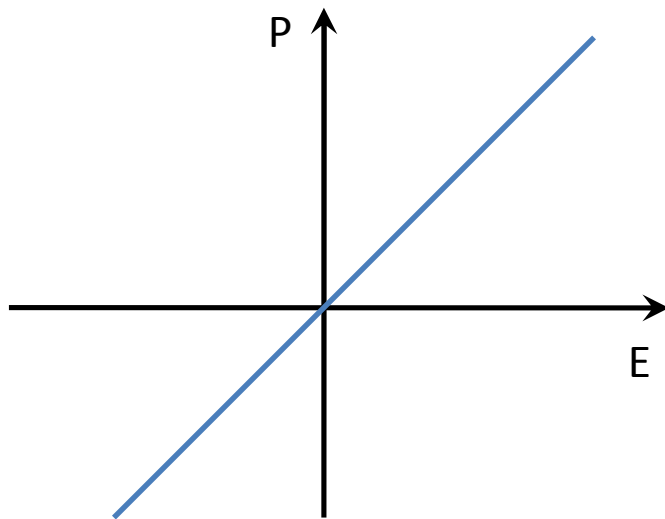
Bsp. einer linearen Kennlinie

Quelle: Bergmann-Schäfer

Kurzwiederholung

Nichtlineare Polarisation

- **P** wächst nicht unendlich weit mit **E**
- Bei hohen Intensitäten wird diese Proportionalität verletzt



Beispiel einer nichtlinearen,
unsymmetrischen Kennlinie.

Quelle: Bergmann-Schäfer

Kurzwiederholung

Polarisation I

- Im einfachsten Falle:
Richtungen von **P** und **E** fallen zusammen
- (gesamt) Polarisation kann als eine Reihe entwickelt werden

$$P = \epsilon_0(\chi E + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots)$$

- Die lineare Suszeptibilität χ ist wesentlich größer als χ_2 , χ_3 usw.

$$\chi \approx 1, \quad \chi_2 \approx 10^{-10} \text{ cm/V}, \quad \chi_3 \approx \mathbf{10^{-17}} \text{ cm}^2/\text{V}^2$$

- Beitrag der letzteren nur bei Feldern hoher Amplituden/Intensitäten (Größenordnung 10^6 W/cm^2)

Kurzwiederholung

Polarisation II

- Einfallende Welle

$$E = E_0 \sin \omega t \xrightarrow{\text{einsetzen in}} P = \epsilon_0(\chi E + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots)$$

- Resultierende elektrische Polarisation

$$P = \epsilon_0 \chi E_0 \sin \omega t + \epsilon_0 \chi_2 E_0^2 \sin^2 \omega t$$

$$+ \epsilon_0 \chi_3 E_0^3 \sin^3 \omega t + \dots$$

Potenzen der Winkelfunktionen

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos(2x))$$

$$\sin^3 x = \frac{1}{4} (3 \sin x - \sin(3x))$$

- kann umgeschrieben werden in

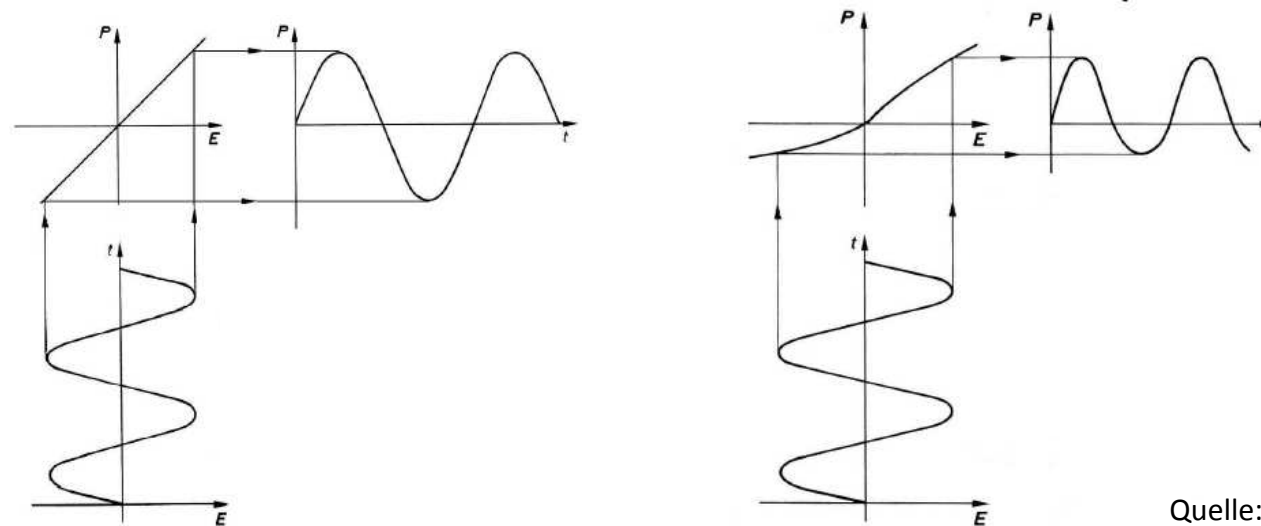
$$P = \epsilon_0 \chi E_0 \sin \omega t + \frac{\epsilon_0 \chi_2}{2} E_0^2 (1 - \cos 2\omega t)$$

$$+ \frac{\epsilon_0 \chi_3}{4} E_0^3 (3 \sin \omega t - \sin 3\omega t) + \dots$$

Frequenzmischung

Polarisation III

- Lichtwelle erzeugt im Medium eine Polarisationswelle, eine sich wellenförmig fortpflanzende Ladungsumverteilung
- Bei linearen Termen: sinusförmiges treibendes **E**-Feld verursacht sinusförmige Polarisisation
- Bei Termen höherer Ordnung: sinusförmiges treibendes **E**-Feld verursacht **keine** sinusförmige Polarisisation



Quelle: Bergmann-Schäfer

Frequenzmischung

Beispiel: Mischung zweier Wellen der Frequenz ω_1 und ω_2

- Mischung zweier oder mehrerer Primärstrahlen unterschiedlicher Frequenz innerhalb eines nichtlinearen Dielektrikums

- Einfaches Beispiel

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

$$E = E_{01} \sin \omega_1 t + E_{02} \sin \omega_2 t$$

einsetzen in $\rightarrow P = \epsilon_0 (\chi E + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots)$

$$\epsilon_0 \chi_2 (E_{01}^2 \sin^2 \omega_1 t + E_{02}^2 \sin^2 \omega_2 t + 2E_{01} E_{02} \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t)$$

Funktionen von $2\omega_1/2\omega_2$

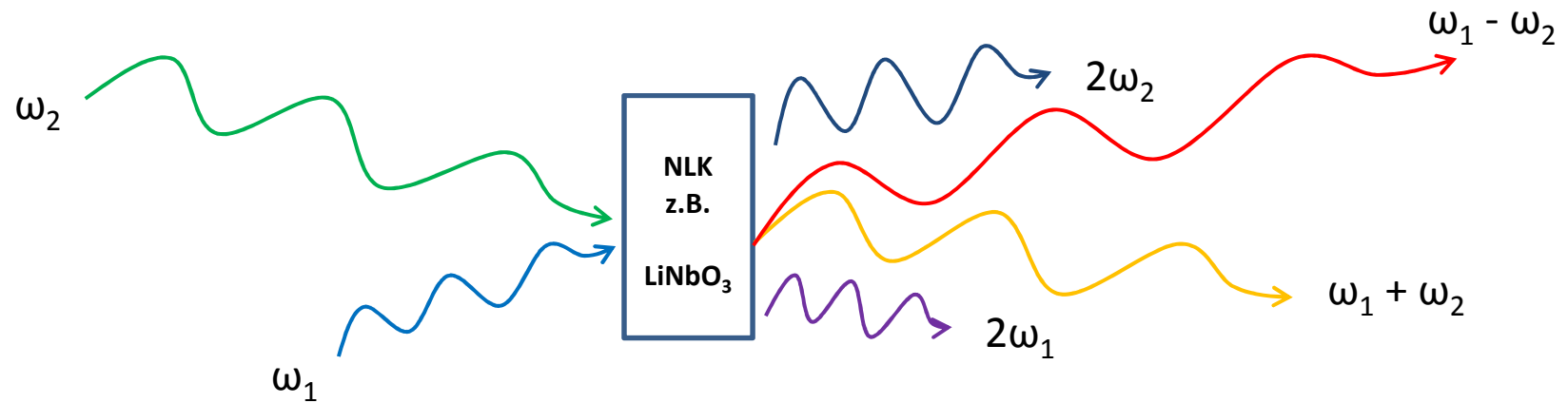
Summen- und Differenzterm

$\omega_1 + \omega_2$ und $\omega_1 - \omega_2$

Frequenzmischung

Beispiel anhand des Photonenbilds

- Erklärung:
Vereinigung der beiden ursprünglichen Photonen



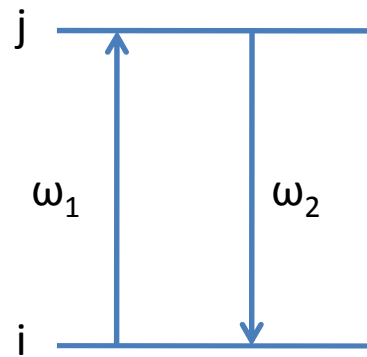
Quelle: Fennrich

- Die vernichtenden Photonen geben die Energie und Impuls an das neu entstandene Photon weiter

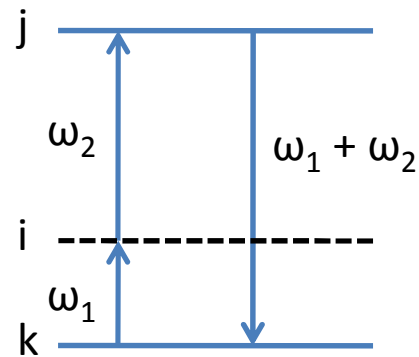
Frequenzmischung

Termschema

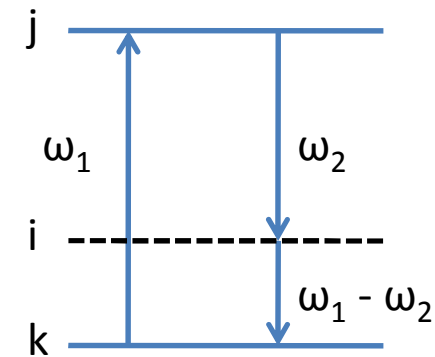
- Bei der Differenz $\omega_1 - \omega_2$:
das höherfrequente Photon muss verschwinden
(Energie- und Impulserhaltung)
- Es entstehen zwei neue Teilchen:
ein ω_2 -Photon und ein „Hilfsphoton“ (Differenzphoton)



Polarisationsschwingung
1. Ordnung mit den
Übergängen i und j



Polarisationsschwingung
2. Ordnung mit $\omega_1 + \omega_2$



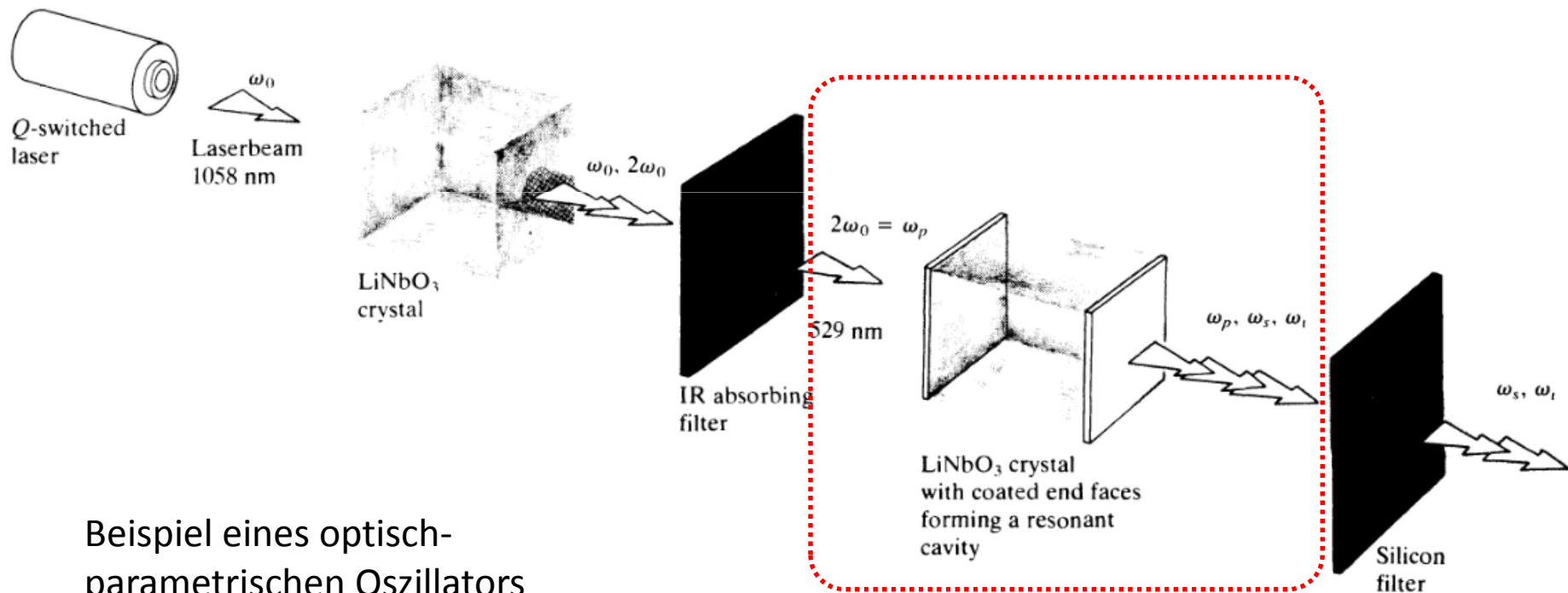
PS 2. Ordnung mit $\omega_1 - \omega_2$
für Zustände i, j und k

Quelle: Henneberger

Frequenzmischung

Anwendung: optisch-parametrischer Oszillator

- Spezialfall der Frequenzmischung:
die (optisch-) parametrische Verstärkung



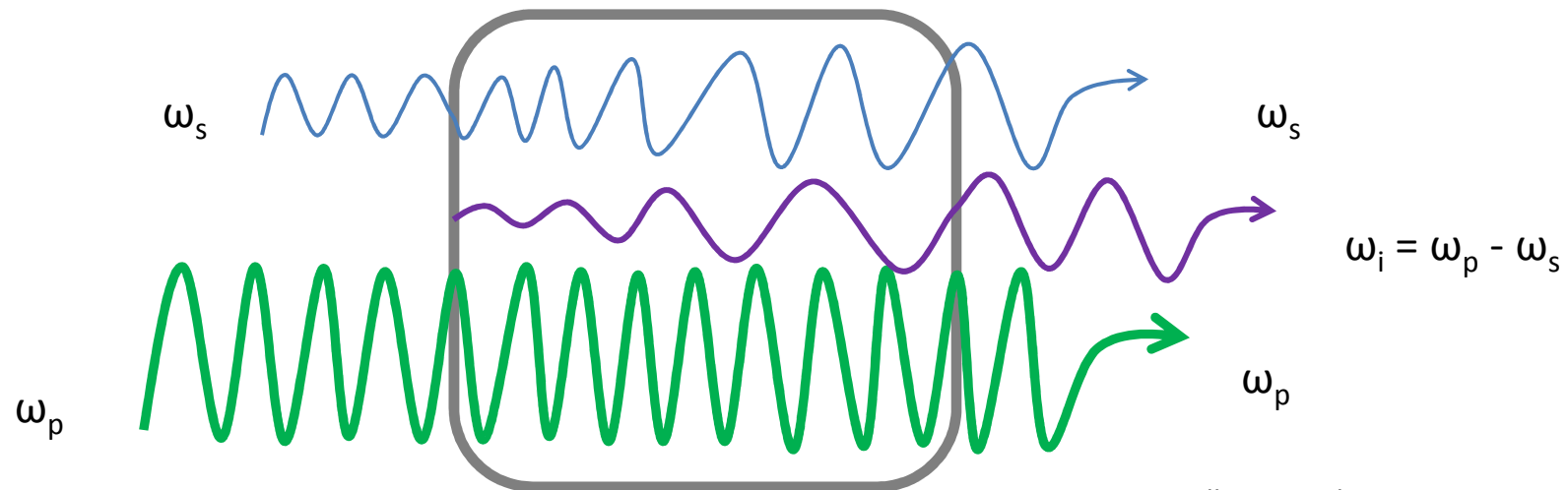
Beispiel eines optisch-parametrischen Oszillators

Quelle: Hecht

Parametrische Verstärkung

Anwendung II

- Pumplicht der Frequenz ω_p
- Signalwelle der (niedrigeren) Frequenz ω_s soll verstärkt werden
- Pumplicht wird in Signallicht und eine Differenzwelle (sog. *Idlerlicht* bzw. „*Faulenzerwelle*“) der Frequenz $\omega_i = \omega_p - \omega_s$ umgewandelt
- Idler- und Signalwelle werden verstärkt

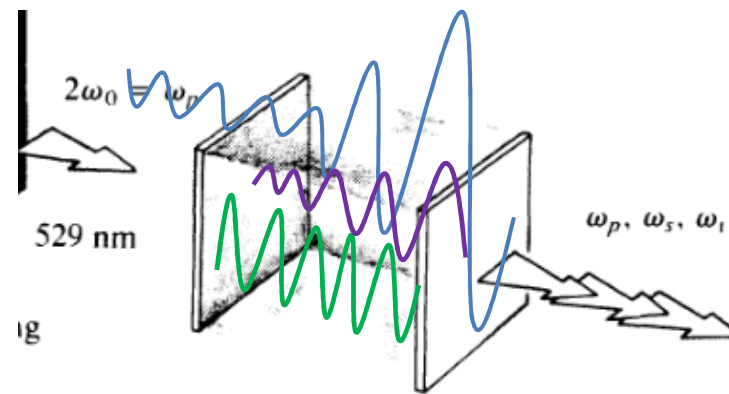


Parametrische Verstärkung

Anwendung III

- Stirnseiten des nichtlinearen Kristalls so beschichtet
----> Fabry-Perot-Resonator
- Durch Rückkopplung von Signal- und Idlerwelle
----> parametrischer Oszillator (OPO)
- Abstimmung auf unterschiedliche Signalfrequenzen
----> Variation von n (z.B. durch Temperaturänderungen)
----> Oszillator wird durchstimmbare
- wichtige Quelle für kohärente Strahlung variabler Wellenlänge

Quelle: Hecht



Signalwelle ω_s
Idlerwelle ω_i
Pumpwelle ω_p

Zusammenfassung

- Nichtlinearität 2. Ordnung
- Die Polarisation P_2 erhält Ausgangswellen der Frequenzen $2\omega_1, 2\omega_2, \omega_1 \pm \omega_2$
- Spezialfall der Frequenzmischung:
Prozess der (optischen-) parametrischen Verstärkung
- Im nichtlinearen Kristall (z.B. Lithiumniobat LiNbO_3 oder Bariumnatriumniobat BaNaNbO_3) überlappen die Pump-, Idler- und Signalwellen
- Idler- und Signalwelle werden verstärkt
- In Kombination mit einem FPR ----> durchstimmbarer Resonator aufgrund von $n(T)$
- Abstimmbare Quelle kohärenter Strahlung im Bereich zwischen IR und UV

Literatur / Quellen

- E. Hecht: *Optik*, 4. Auflage, Oldenbourg, München 2005
- Pedrotti: *Optik für Ingenieure*, 3. Auflage, Springer, Heidelberg 2005
- Bergmann-Schaefer: *Experimentalphysik 3 (Optik)*, 10. Auflage, de Gruyter, Berlin 2004
- M. Fennrich: *Grundlagen der NLO*, Uni Konstanz 2007
http://www.uni-konstanz.de/quantum-electronics/teaching/71/03_NichtlineareOptik_Fahnrich.pdf
(Version vom 19.06.2011)
- F. Henneberger, *Nichtlineare Optik*, HU Berlin 2009
<http://photonik.physik.hu-berlin.de/Lehre/NLO/NLO.pdf>
(Version vom 19.06.2011)
- K. Behler: *Skript zur Vorlesung*, TH Mittelhessen 2011

Haben Sie Fragen?

Vielen Dank für **Ihre** Aufmerksamkeit

Folien zum Herunterladen unter:

<http://www.fh-friedberg.de/pt2008/vortrag/Frequenzmischung.pdf>